

## QU'EST-CE QU'UN PAVÉ ?

Il s'agit de fabriquer des motifs qui s'emboîtent parfaitement comme un puzzle pour remplir le plan. Et à l'ère de la découpe numérique, ce motif n'est pas obligatoirement un polygone...

Un résultat historique: Avec des polygones réguliers, il n'y a que 3 pavages possibles: par des carrés, des hexagones et des triangles

Il y a de multiples généralisations : pavages périodiques, a-périodiques, quasipériodique, pavages de l'espace...

## FABRIQUER SA FIGURE PAVANTE : LA METHODE DE L'ENVELOPPE

Cette méthode, découverte depuis peu au regard de l'histoire, montre que dans un domaine aussi connu (et utile) que celui des pavages, il reste encore beaucoup à découvrir...et à s'émerveiller

## LA METHODE DE L'ENVELOPPE EN 4 ÉTAPES

1

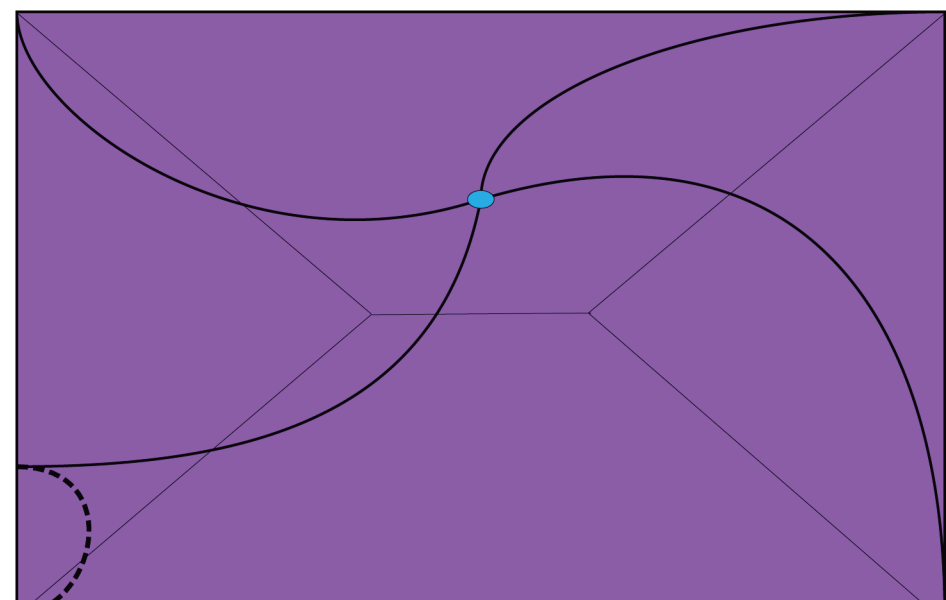
Choisir deux morceaux de papier superposables ayant une forme spécifique: triangle équilatéral, carré ou rectangulaire, triangle rectangle isocèle ou demi-carré, demi-triangle équilatéral.

2

Scotcher ces deux morceaux pour former une enveloppe fermée.

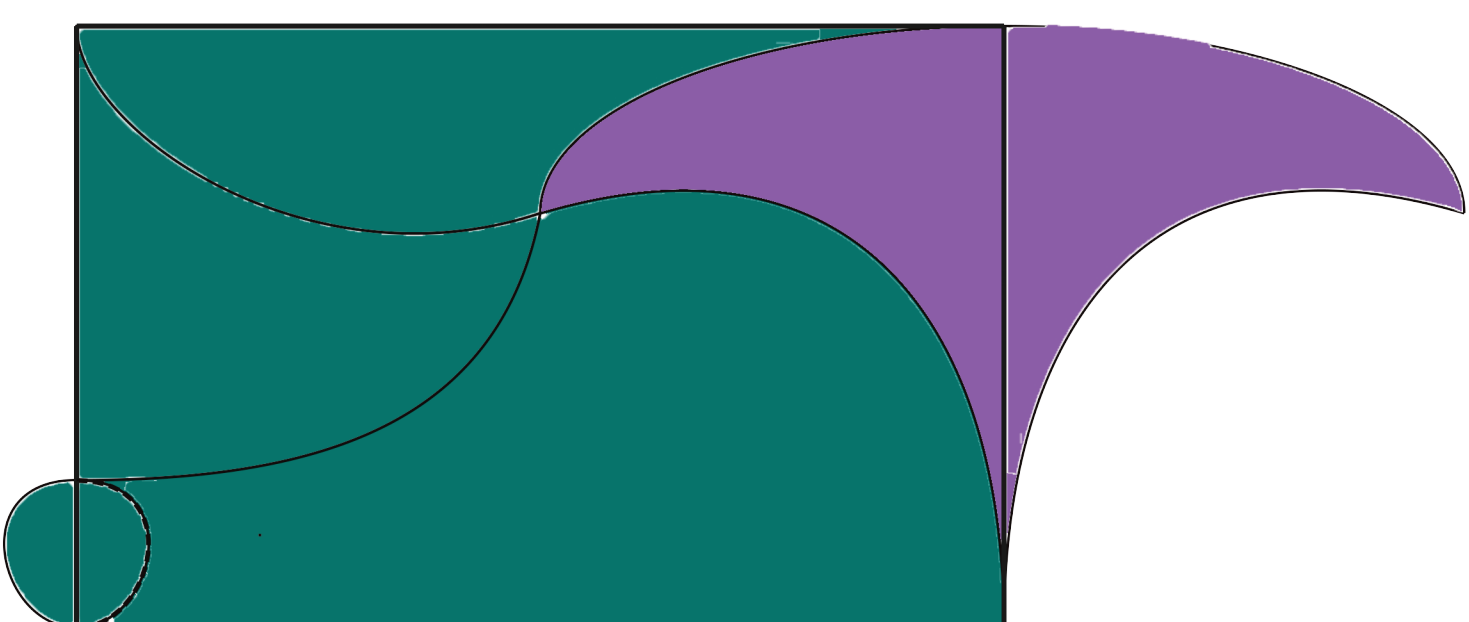
3

Choisir un (ou deux) point(s) quelconque sur l'une des faces et tracer des courbes le reliant à chacun des angles de l'enveloppe en passant devant ou derrière l'enveloppe. Attention: les lignes ne doivent pas se couper. Découper ensuite selon les courbes tracées sur une seule épaisseur de papier.

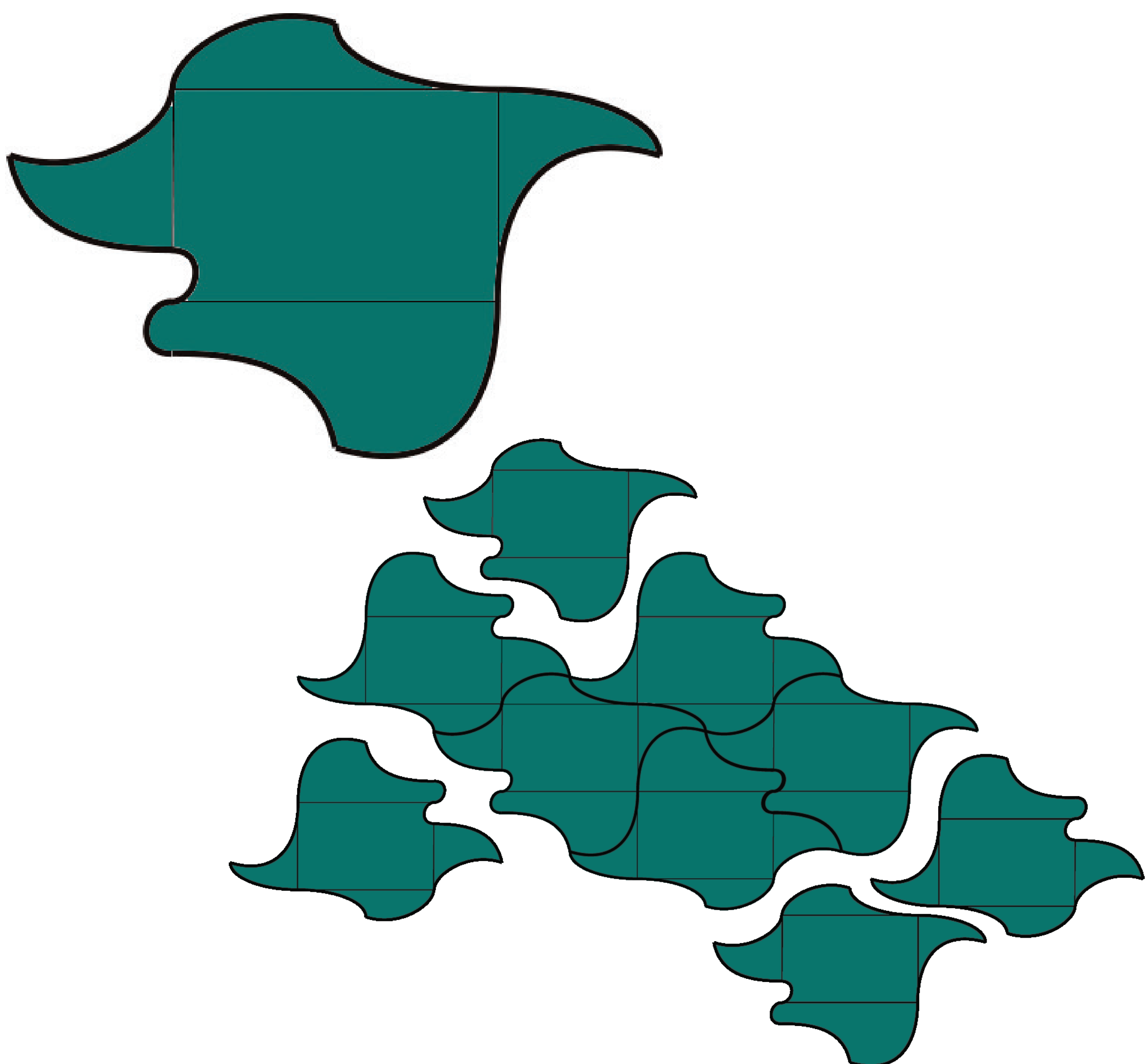


4

En dépliant...



on obtient un pavé, puis un pavage



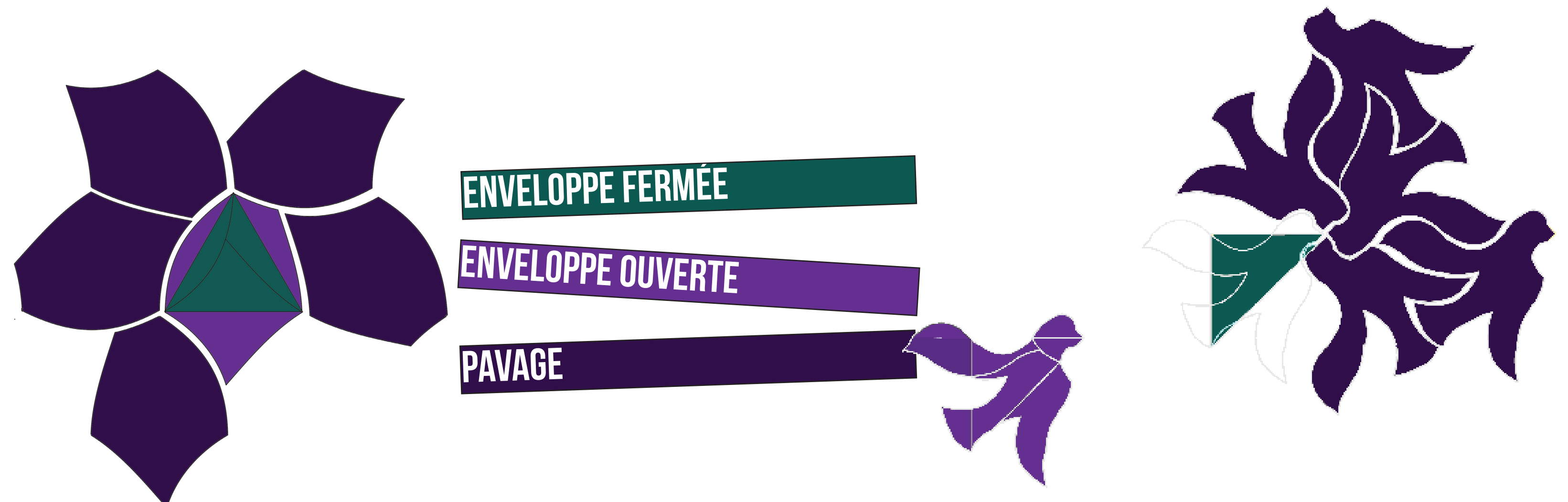
# PAVAGES

REPRESENTER

## AVEC DES ENVELOPPES

### ET SI ON IMAGINAIT...

### UNE ENVELOPPE TRIANGULAIRE, QUEL TRIANGLE CHOISIR?



### TROUVER TOUTES LES FORMES POSSIBLES D'ENVELOPPES?

On remarque que les rotations qui laissent le pavage inchangé ont pour centres les sommets de l'enveloppe.

On voit aussi qu'au cours du pavage, la rotation du motif autour d'un sommet A de l'enveloppe sera d'un angle égal au double de l'angle au sommet A de l'enveloppe. Si on appelle a l'angle à ce sommet de l'enveloppe, l'angle de la rotation sera donc 2a.

Maintenant, il faut qu'après un certain nombre de rotations d'angle 2a, on revienne exactement au point de départ, donc que l'on ait effectué un tour complet de 360°.

Ainsi (2a) doit diviser 360° donc être de la forme 360/n avec n entier, ce qui signifie que a est de la forme 180/n.

Si l'enveloppe est triangulaire, alors il faudra que la somme des 3 angles soit de 180°.

Si l'on cherche une enveloppe quadrilatère, alors il faudra que la somme des 4 angles aux quatre sommets de l'enveloppe soit de 360°.

Si l'on cherchait une enveloppe de forme pentagonale il faudrait que la somme des 5 angles soit de 540°, etc...

### TOUTES LES ENVELOPPES TRIANGULAIRES?

Ainsi pour un triangle,

on est amené à chercher 3 entiers n, m et p vérifiant la relation:

$$180/n + 180/m + 180/p = 180$$

$$\text{soit } 1/n + 1/m + 1/p = 1$$

Il y a peu de solutions

avec la solution:

$1/3 + 1/3 + 1/3 = 1$ , les trois angles du triangle sont de  $180/3=60$  degrés, donc le triangle est équilatéral

la solution  $1/4 + 1/4 + 1/2 = 1$  correspond aux angles 45,45 et 90 degrés, donc un triangle rectangle isocèle

et enfin la solution  $1/2 + 1/6 + 1/3 = 1$  correspond aux angles 90, 30 et 60 degrés, triangle demi-équilatéral

il y a donc seulement trois triangles solutions!

