HISTOIRES DE SPHERES

REPERER

Des problèmes d'astronomie

La voute céleste est représentée par une sphère. Les astres, étoiles ou planètes, sont connus par leurs coordonnées célestes, en général ascension droite, équivalent de la longitude, mesurée par rapport à un méridien de référence et exprimée en heures, minutes, secondes, et déclinaison, équivalent de la latitude, mesurée par rapport au plan de l'horizon. Les astronomes ont des questions du type :

- quel est l'angle entre deux astres connus par leurs coordonnées ?
- quelle est la distance angulaire parcourue par une planète en un temps donné ?

Des problèmes de navigation

La Terre est assimilée à une sphère. On se repère avec la latitude, angle Nord ou Sud à partir de l'équateur et la longitude, angle par rapport au méridien d'origine Greenwich, Est ou Ouest. Les navigateurs ont deux questions fondamentales :

- quelle est la distance à parcourir entre deux points connus par latitude et longitude ?
- quel cap doit-on suivre ? (angle entre la route du bateau et le Nord)

Le calcul de la distance orthodromique

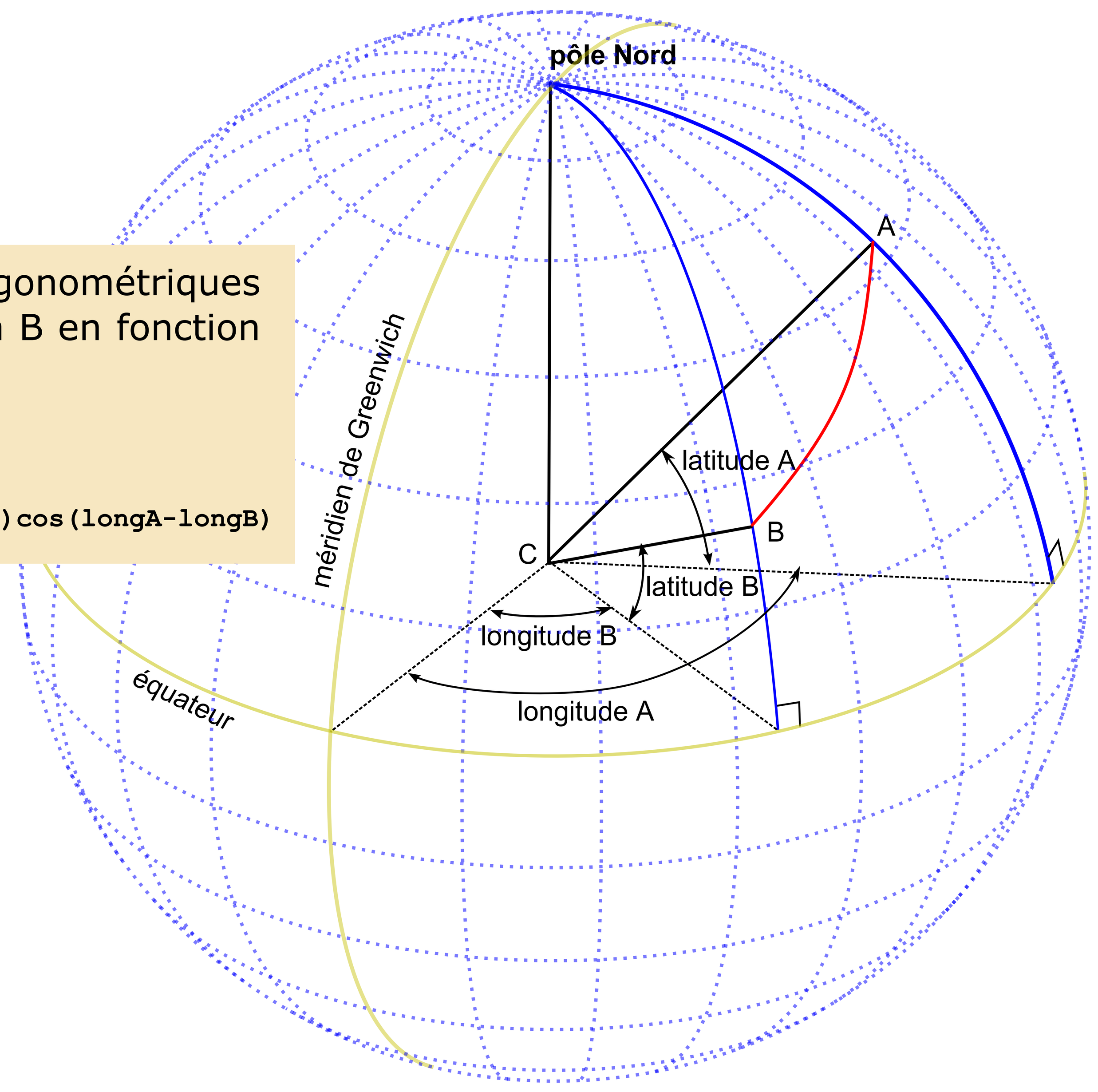
le plus court chemin d'un point A à un point B sur la Terre

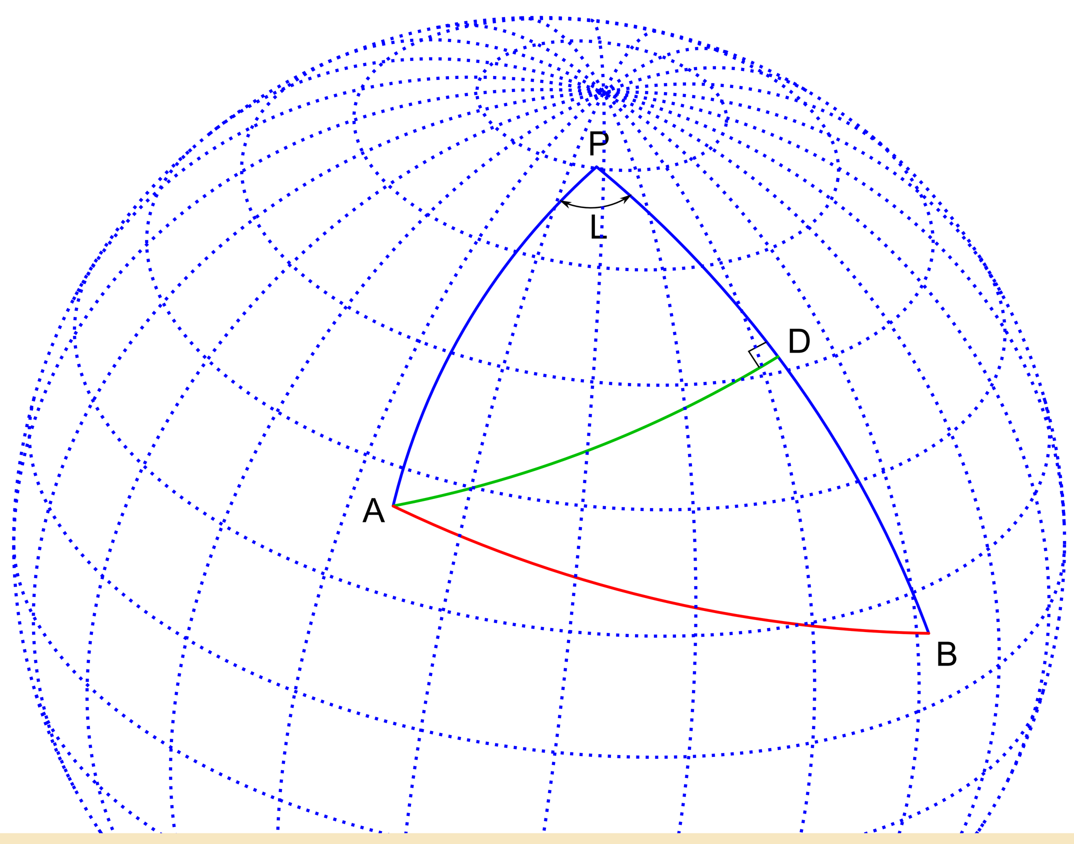
Depuis le XIXe siècle des formules trigonométriques donnent directement la distance de A à B en fonction des latitudes et des longitudes.

AB=rayon x angle(ACB)

L'angle ACB est donné par la formule :

`cos(ACB)=sin(latA)sin(latB)+cos(latA)cos(latB)cos(longA-longB)`



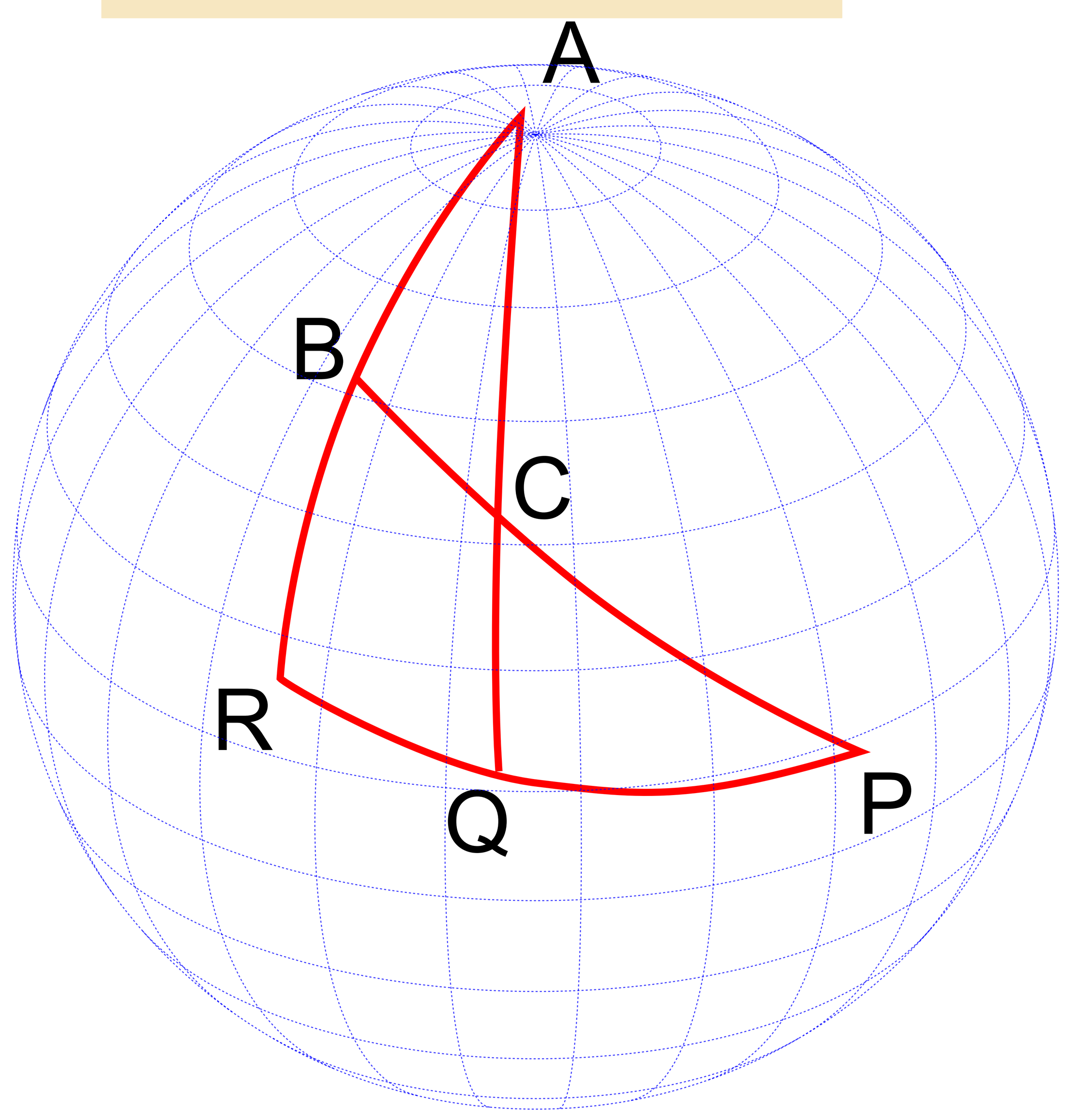


Du XVIe au XVIIIe siècle les navigateurs et les astronomes ont beaucoup utilisé la décomposition en triangles sphériques rectangles pour lesquels les calculs étaient plus faciles. L'apparition des logarithmes avec Neper a facilité ces calculs qui comportaient des formules du type cos(a)=cos(b)cos(c).
PAB triangle quelconque, pour obtenir AB on calculait successivement AD et DP dans le triangle rectangle DAP, puis DB et AB dans le triangle rectangle DAB.

Le théorème de Ménélaus

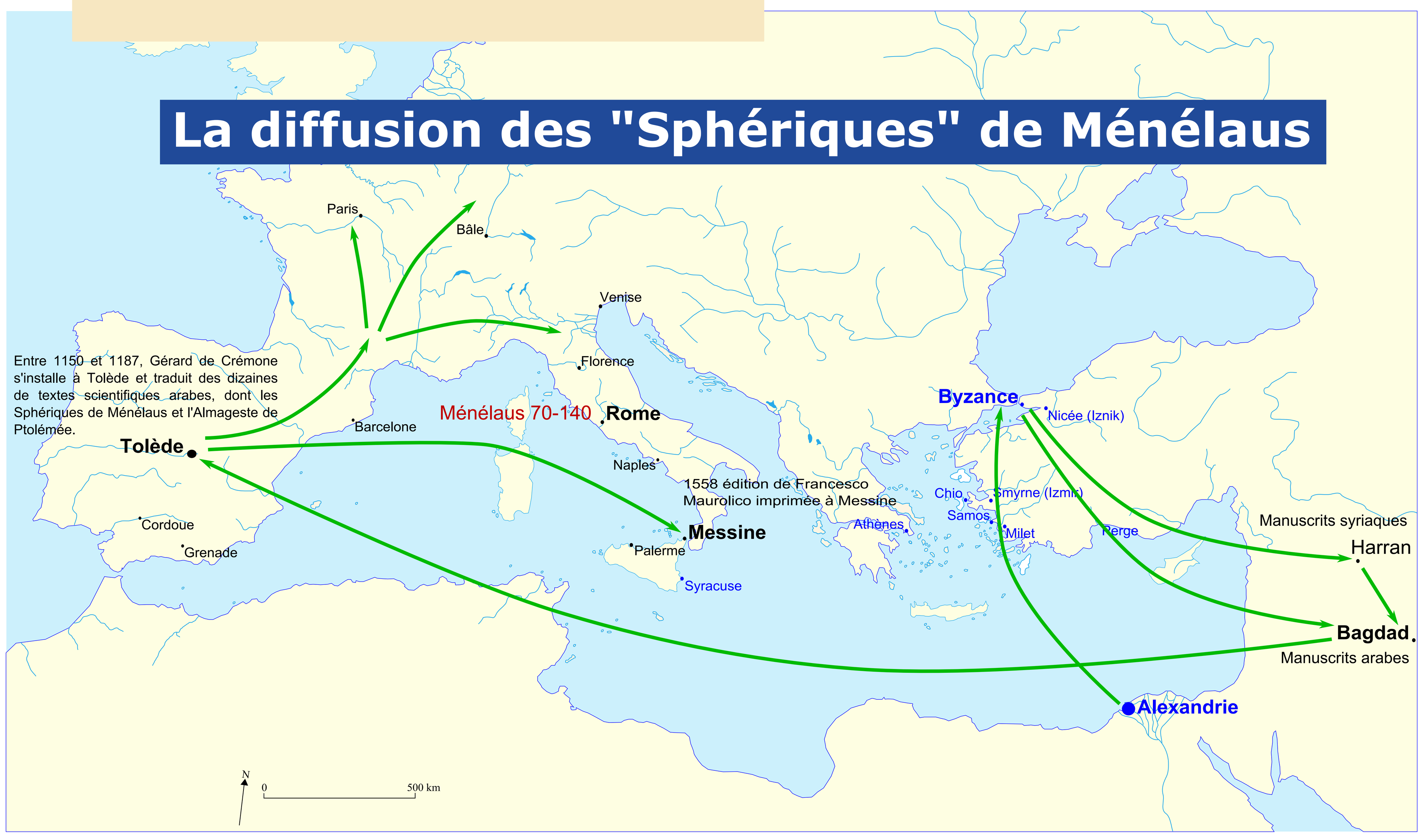
ABR, BCP, ACQ, arcs de grand cercle tracés sur une sphère de rayon 1

$$\frac{\sin(PB)}{\sin(PC)} \times \frac{\sin(QC)}{\sin(QA)} \times \frac{\sin(RA)}{\sin(RB)} = 1$$



De l'Antiquité à la Renaissance c'est le **théorème de Ménélaus** qui est à la base de tous les calculs sur la sphère, terrestre ou céleste. Ptolémée dans l'Almageste développa les applications à l'astronomie, qui sont restées valides et utilisées pendant plus d'un millénaire. Ce théorème était peut-être connu par Hipparque mais il est attribué à Ménélaus dans son ouvrage "Les Sphériques" qui fut, à partir des manuscrits grecs, traduit en syriaque, arabe et latin.

La diffusion des "Sphériques" de Ménélaus



IREM Aix-Marseille
http://www.irem.univ-mrs.fr/expo2013