

LES ORIGINES MÉDITERRANÉENNES DE LA TRIGONOMÉTRIE



TRIGONOMÉTRIE = Tri + Gono + Métrie
Mesurer trois côtés

LES PRÉMIÈRES

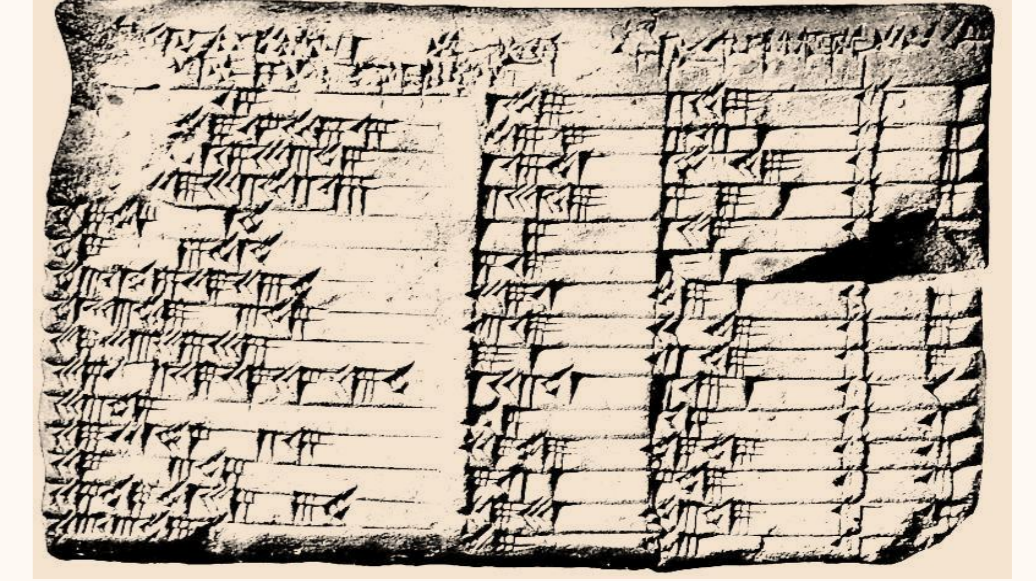
EN EGYPTE ANCIENNE (env. 4000 av. J.C.)

Les problèmes R56 à R59 du papyrus de Rhind détaillent la méthode de calcul de la pente d'une pyramide comme quotient de la demie base par la hauteur.



LES BABYLONIENS (env. 1600 av J.C.)

Les astronomes babyloniens calculent les rapports des côtés des triangles semblables. Ils introduisent la division du cercle en 360°.



Sur la tablette Plimpton 322. Les triplets pythagoriciens inscrits sont rangés par ordre croissant des rapports des côtés.

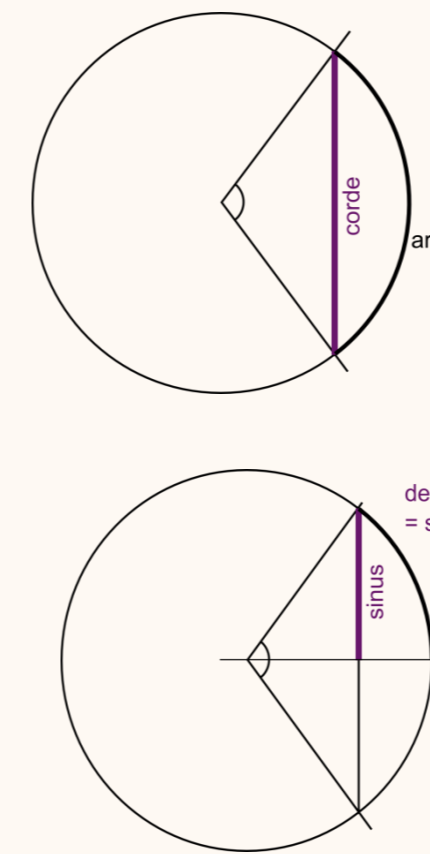
DANS LA GRÈCE ANTIQUE (IIe siècle av. J.C. - IIe siècle ap. J.C.) Des mathématiciens astronomes

Hipparque de Nicée (-190, -120)

Premières « tables des cordes »

Il est le premier à les établir (perdus, mais connus par Ptolémée et Théon d'Alexandrie). Ces « **tables des cordes** » furent utiles pour calculer l'excentricité des orbites lunaires et solaires, ou dans les calculs des grandeurs et distances du Soleil et de la Lune.

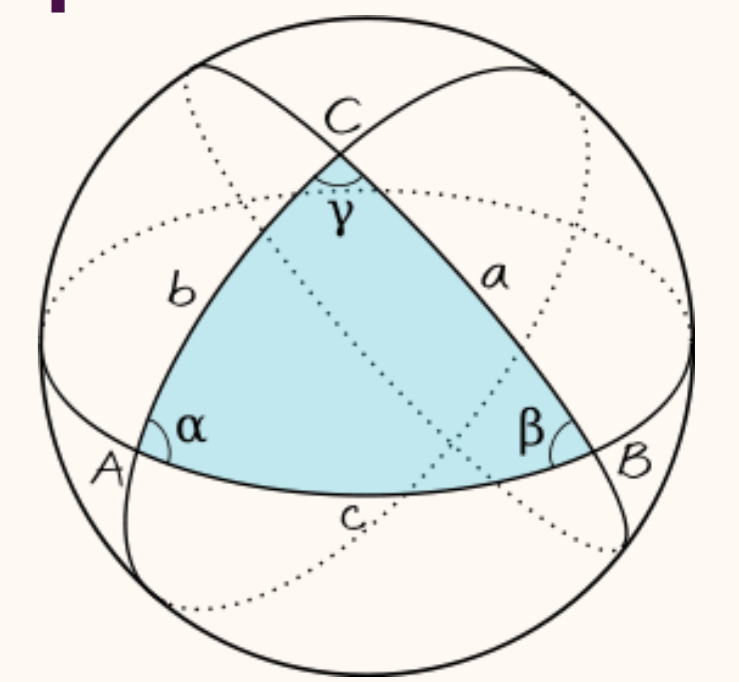
Grâce à ces tables, il découvre que l'axe de la Terre n'est pas fixe ! Il améliore le calcul de la distance de la Terre à la Lune. Comme le faisaient jadis les babyloniens, il introduit la division du cercle en 360°, partage le degré en 60 minutes, et la minute en 60 sec.



Menelaus (70, 140)

Et la trigonométrie devint sphérique.

Ses livres (*Des cordes dans le cercle*, *Sphaerica*) traitent de la géométrie de la sphère et de ses applications à l'astronomie. Il y définit le *triangle sphérique*.



Claude Ptolémée (90, 168)

L'Almageste, ouvrage de référence (treize livres) d'astronomie mathématique.

Pour les besoins de ses chapitres d'astronomie, Ptolémée reconstruit dans l'Almageste toute la trigonométrie de l'antiquité. Il explique comment calculer des longueurs de cordes et publie une table très complète, améliorant ainsi celles d'Hipparque. C'est à cette époque que les Grecs prennent l'habitude de diviser le cercle en 360 degrés, comme l'avait déjà fait Hipparque.

Il développe aussi les outils de géométrie sphérique. Ses tables de cordes seraient une première approche du concept de fonctions dans l'histoire des mathématiques. Ses textes ont été utilisés pendant plus de mille trois cents ans, jusqu'à Nicolas Copernic.

TABLE DES CORDES INSCRITES DANS LE CERCLE.											
ARCS	CORDES			TRIGONOMETRIE			TABLEAU NUMÉRIQUE EN SYMBOLES				
	DEGRÉS	MINUTES	SECONDES	CORDES	SINUS	TANGENTES	SECONDES	MINUTES	SECONDES	MINUTES	SECONDES
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
2	0	2	0	2	0	2	0	2	0	2	0
3	0	3	0	3	0	3	0	3	0	3	0
4	0	4	0	4	0	4	0	4	0	4	0
5	0	5	0	5	0	5	0	5	0	5	0
6	0	6	0	6	0	6	0	6	0	6	0
7	0	7	0	7	0	7	0	7	0	7	0
8	0	8	0	8	0	8	0	8	0	8	0
9	0	9	0	9	0	9	0	9	0	9	0
10	0	10	0	10	0	10	0	10	0	10	0
11	0	11	0	11	0	11	0	11	0	11	0
12	0	12	0	12	0	12	0	12	0	12	0
13	0	13	0	13	0	13	0	13	0	13	0
14	0	14	0	14	0	14	0	14	0	14	0
15	0	15	0	15	0	15	0	15	0	15	0
16	0	16	0	16	0	16	0	16	0	16	0
17	0	17	0	17	0	17	0	17	0	17	0
18	0	18	0	18	0	18	0	18	0	18	0
19	0	19	0	19	0	19	0	19	0	19	0
20	0	20	0	20	0	20	0	20	0	20	0
21	0	21	0	21	0	21	0	21	0	21	0
22	0	22	0	22	0	22	0	22	0	22	0
23	0	23	0	23	0	23	0	23	0	23	0
24	0	24	0	24	0	24	0	24	0	24	0
25	0	25	0	25	0	25	0	25	0	25	0
26	0	26	0	26	0	26	0	26	0	26	0
27	0	27	0	27	0	27	0	27	0	27	0
28	0	28	0	28	0	28	0	28	0	28	0
29	0	29	0	29	0	29	0	29	0	29	0
30	0	30	0	30	0	30	0	30	0	30	0
31	0	31	0	31	0	31	0	31	0	31	0
32	0	32	0	32	0	32	0	32	0	32	0
33	0	33	0	33	0	33	0	33	0	33	0
34	0	34	0	34	0	34	0	34	0	34	0
35	0	35	0	35	0	35	0	35	0	35	0
36	0	36	0	36	0	36	0	36	0	36	0
37	0	37	0	37	0	37	0	37	0	37	0
38	0	38	0	38	0	38	0	38	0	38	0
39	0	39	0	39	0	39	0	39	0	39	0
40	0	40	0	40	0	40	0	40	0	40	0
41	0	41	0	41	0	41	0	41	0	41	0
42	0	42	0	42	0	42	0	42	0	42	0
43	0	43	0	43	0	43	0	43	0	43	0
44	0	44	0	44	0	44	0	44	0	44	0
45	0	45	0	45	0	45	0	45	0	45	0
46	0	46	0	46	0	46	0	46	0	46	0
47	0	47	0	47	0	47	0	47	0	47	0
48	0	48	0	48	0	48	0	48	0	48	0
49	0	49	0	49	0	49	0	49	0	49	0
50	0	50	0	50	0	50	0	50	0	50	0
51	0	51	0	51	0	51	0	51	0	51	0
52	0	52	0	52	0	52	0	52	0	52	0
53	0	53	0	53	0	53	0	53	0	53	0
54	0	54	0	54	0	54	0	54	0	54	0
55	0	55	0	55	0	55	0	55	0	55	0
56	0	56	0	56	0	56	0	56	0	56	0
57	0	57	0	57	0	57	0	57	0	57	0
58	0	58	0	58	0	58	0	58	0	58	0
59	0	59	0	59	0	59	0	59	0	59	0
60	0	60	0	60	0	60	0	60	0	60	0

Table de cordes de Ptolémée, BNF



L'Almageste, manuscrit 1020 en hébreu, p11, BNF

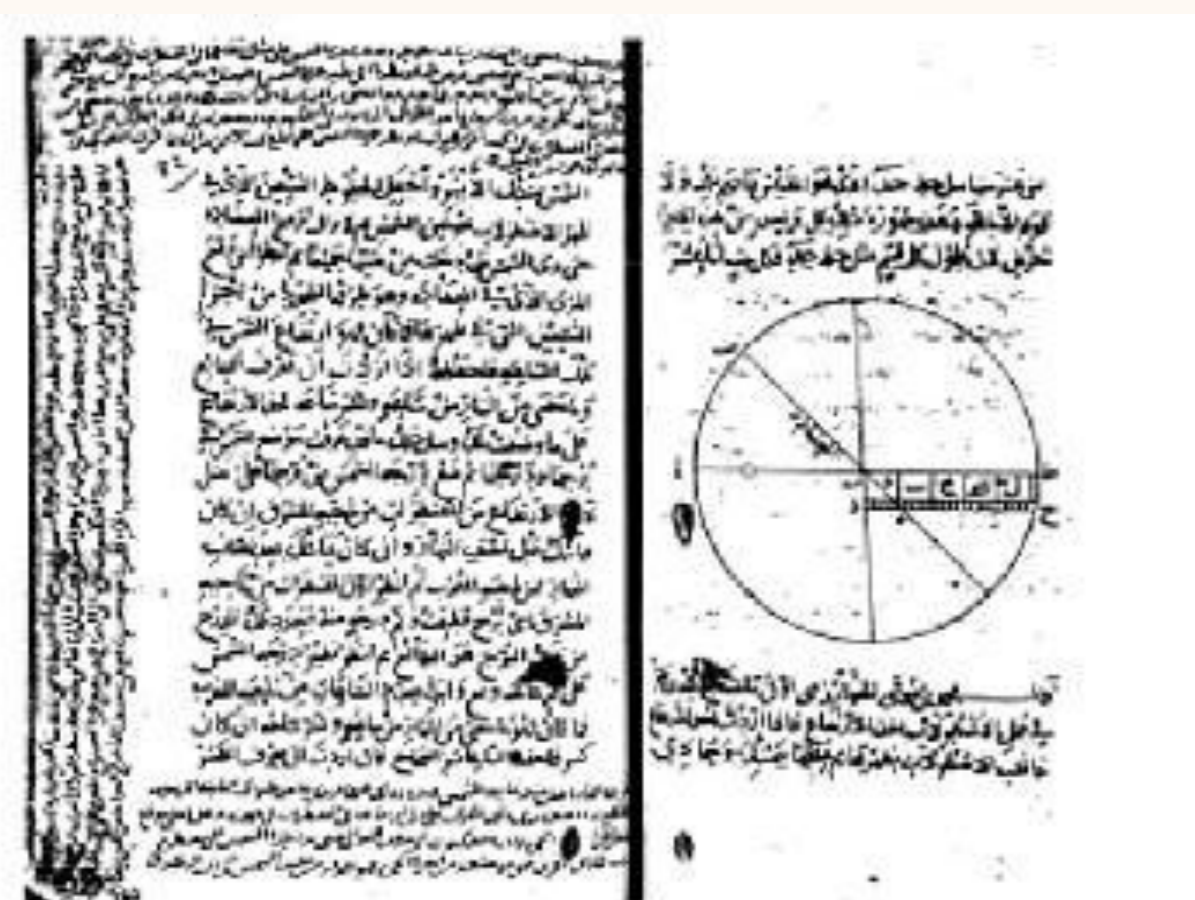
Maison de la sagesse à BAGDAD

On y trouve des traités d'astronomie indienne et persane.

DANS LE MONDE ARABO-MULSUMAN, VIIIe siècle – XIIIe siècle Des mathématiciens astronomes

Al Khwarizmī (783 - 850)

Père de l'algèbre, mais aussi astronome, il est influencé par Aryabhata (astronome indien) mais aussi par l'astronomie persane et grecque. Dans son *zīj* il affine les tables de cordes de Ptolémée en donnant une table des "sinus" provenant d'Inde. Il apporte sa contribution à la trigonométrie sphérique. Il écrit aussi des livres sur des instruments dont l'astrolabe



Manuscrit du texte d'Al-Kharizmi de la fin du XIVe siècle, rassemblant divers traités astronomiques, conservé à la Staatsbibliothek de Berlin

Habash Al Hāsib (770 - 870)

Surnommé le « calculateur ». C'est dans son *zīj* (table) que sont définis clairement le sinus et le sinus verse ($1 - \cos$) ; il définit aussi la notion de tangente et en établit une table, mais cela passe inaperçu.



Astrolabe universel d'Irak, 1210, Pergame Museum, Berlin

Abū'l-Wafā (940 - 998)

Il reconnaît l'importance de la tangente. Dans *La révision de l'Almageste*, il complète les tables trigonométriques de ses prédécesseurs. On lui doit la notion de cercle trigonométrique de rayon 1.

Nasîr Al Dîn Tûsî (1201- 1274)

Dans *Traité sur le Quadrilatéral*, il fait une synthèse des traités précédents. Il est considéré comme le premier à traiter la trigonométrie en tant que discipline mathématique distincte.



Il établit la formule du sinus dans les triangles plans.

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

Nasir al Dîn al Tusi à son écritoire à l'Observatoire de Maragha, lisant des mesures sur un astrolabe. Manuscrit persan du 15e siècle, n°1418 à l'Université d'Istanbul

Regiomontanus (1436-1476)

Il introduit le mot « sinus ». De *triangules omnimodis* constitue l'aboutissement de la construction de cette discipline et le début de la trigonométrie en tant que discipline à part entière.

