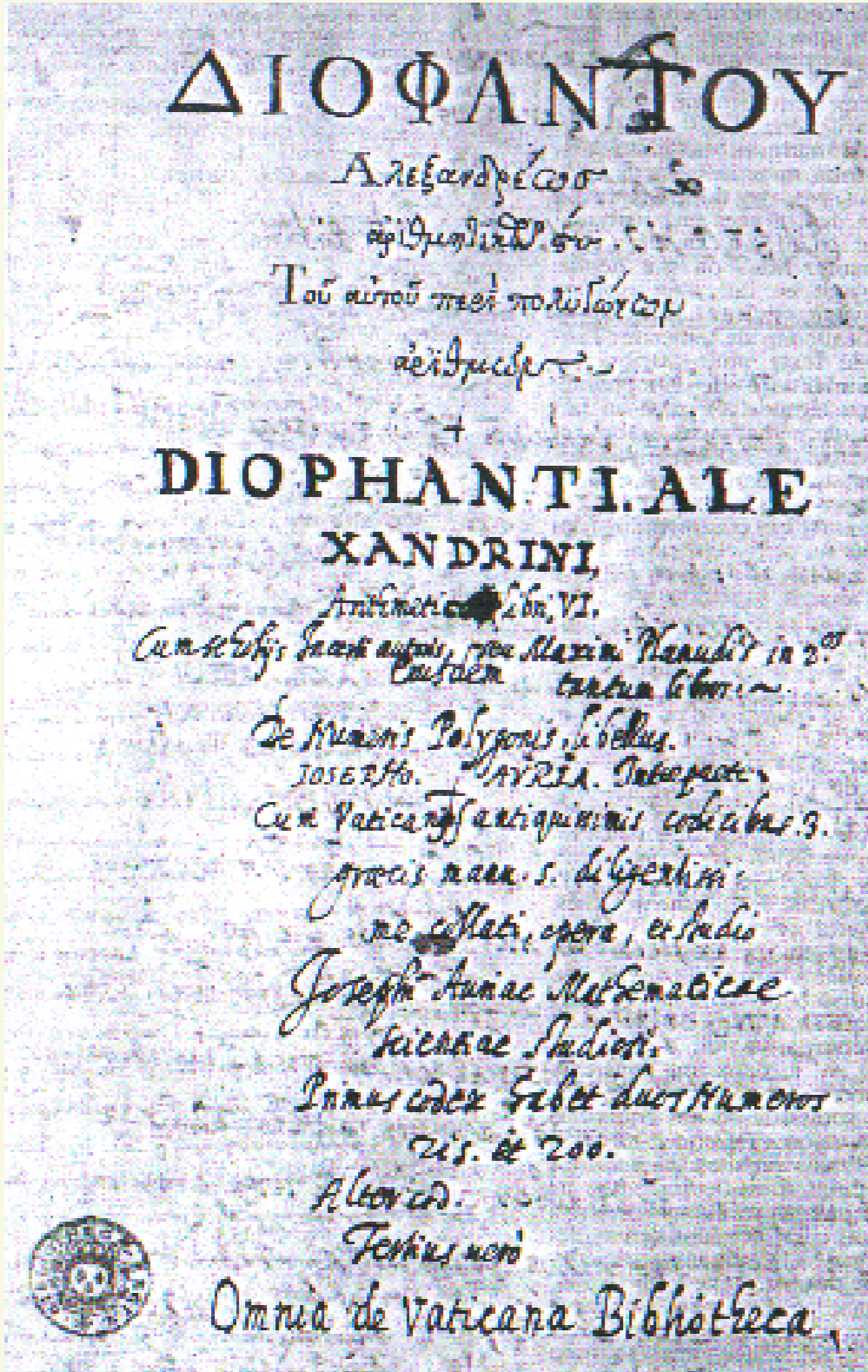




# DIOPHANTE D'ALEXANDRIE LE PÈRE DE L'ALGÈBRE ?

EMERGENCE

Mathématicien grec, né en Syrie, ayant probablement vécu vers le **III<sup>ème</sup> siècle** à Alexandrie. Il est l'auteur de trois ouvrages dont le plus connu, *Les Arithmétiques*, est consacré à la résolution de problèmes.



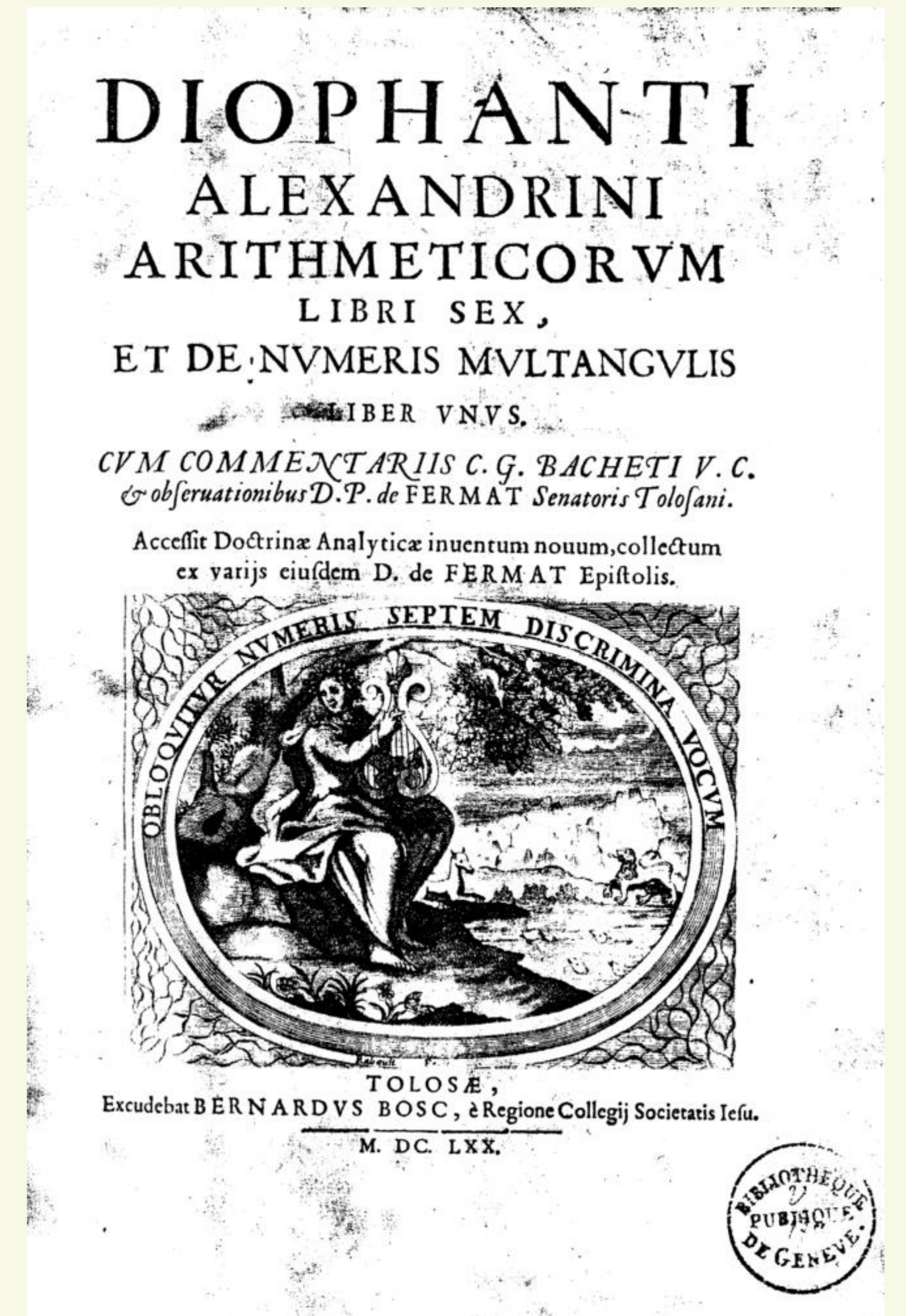
Les Arithmétiques, page 1, Bibliothèque du Vatican

### LES ARITHMÉTIQUES

Ouvrage composé de treize livres (selon Diophante) ; jusqu'à la découverte en 1968 en Iran de quatre nouveaux livres en arabe, seulement six étaient connus ; ils provenaient d'un manuscrit grec découvert en 1464 par Regiomontanus à Venise.

Cet ouvrage mal connu des grecs n'a été **traduit qu'au X<sup>e</sup> siècle et diffusé par les savants arabes**, certains le considérant comme un livre d'algèbre. Plus tard les mathématiciens occidentaux des XVI<sup>e</sup> et XVII<sup>e</sup> siècles dont **Pierre de Fermat** s'en emparèrent.

Recueil de **189 problèmes** arithmétiques ou géométriques, non rattachés à des situations de la vie courante, réductibles (en langage moderne) à des équations du premier et du second degré dont **il recherche les solutions entières** ou fractionnaires **positives**, contrairement à Archimède de Syracuse (-287 ; -212) ou encore Héron d'Alexandrie (Ier siècle) qui admettaient des solutions irrationnelles.



Page couverture de l'édition de 1670 des Arithmetica

## OÙ L'ON VOIT POUR LA PREMIÈRE FOIS L'APPARITION DE SYMBOLES

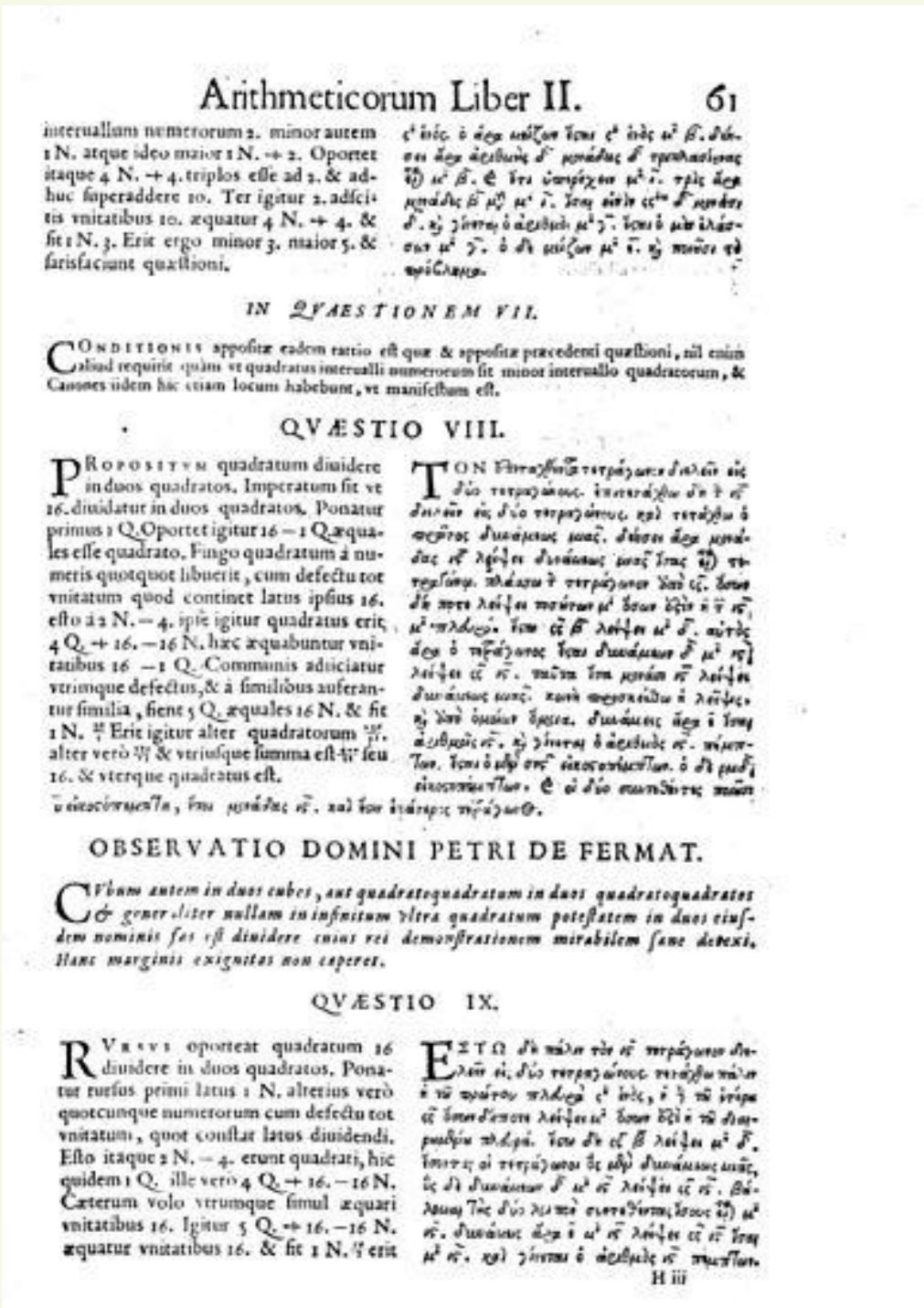
Les **symboles** (« désignations abrégées ») de Diophante :

- **ΔΥ** nommé **carré** ( $a^2$ ),
  - **KΥ** nommé **cube** ( $a^3$ ),
  - **ΔΥΔ** nommé **carré-carré** ( $a^4$ ),
  - **ΔKΥ** nommé **carré-cube** ( $a^5$ ),
  - **KΥK** nommé **cubo-cube** ( $a^6$ ).
- L'**arithme**, noté **ζ**, est un « nombre indéterminé » Ancêtre de l'inconnue ?

- Il utilise la notation alphabétique grecque pour les nombres :  $\alpha = 1, \beta = 2, \gamma = 3, \dots$
- Il écrit d'abord les monômes à coefficients positifs, puis un séparateur M suivi de la constante.
- Il place ensuite le séparateur  $\wedge$  et la suite des monômes à coefficients négatifs.

## COMMENT S'ÉCRIVENT LES POLYNÔMES AVEC CES SYMBOLES ?

$\Delta\gamma\gamma$	correspond à	$3x^2$
$\Delta K\gamma\delta M\eta$		$4x^5 + 8$
$\Delta K\gamma\delta K\gamma\epsilon\Delta\gamma\kappa\zeta\lambda\gamma M\eta$		$4x^5 + 5x^3 + 20x^2 + 33x + 8$
$K\gamma\beta M\eta \wedge \Delta\gamma\alpha\zeta\beta$		$2x^3 - x^2 - 2x + 8$



Page 61 de l'édition de 1670 des Arithmetica de Diophante. Elle contient la note de Fermat sur son grand théorème

## EXEMPLES DE PROBLÈMES

### Problème 5 du livre V:

Trouver deux nombres, l'un un cube et l'autre un carré, tel que si on multiplie le cube du cube par deux nombres donnés et on ajoute à chacun de ces produits le carré du carré, le résultat est dans chaque cas un nombre carré.

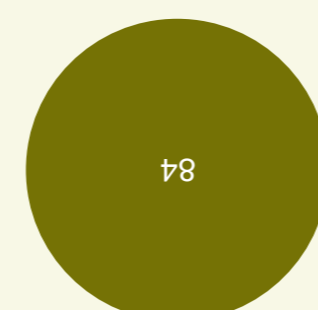
En notation moderne :  $(x^2)^2 + a(y^3)^3 = u^2$  et  $(x^2)^2 + b(y^3)^3 = v^2$

### Problème 16 du livre 1,

Trouver trois nombres qui, pris deux à deux, forment des nombres proposés.

En notation moderne :  $x+y=a, y+z=b, z+x=c$

Résolution de Diophante comparée à une traduction algébrique moderne (voir « Pour en savoir plus »)



## ET MAINTENANT QUE RESTE-T-IL ?

- **EQUATIONS DIOPHANTIENNES :** Equations à coefficients entiers pour lesquelles on cherche des **solutions entières ou rationnelles**.
- **DÉCOMPOSITION D'UN NOMBRE EN SOMME DE DEUX CARRÉS :** Il énonce, sans démontrer : « Les entiers de la forme  $4n + 1$  peuvent tous se décomposer en deux carrés ».

## DEVINETTE COMBIEN D'ANNÉES DIOPHANTE A-T-IL VÉCU ?

Epitaphe

« Passant, sous ce tombeau repose Diophante.  
Ces quelques vers tracés par une main savante  
Vont te faire connaître à quel âge il est mort.  
Des jours assez nombreux que lui compta le sort,  
Le sixième marqua le temps de son enfance ;  
Le douzième fut pris par son adolescence.  
Des sept parts de sa vie, une encore s'écoula,  
Puis s'étant marié, sa femme lui donna  
Cinq ans après un fils qui, du destin sévère  
Reçut de jours hélas, deux fois moins que son père.  
De quatre ans, dans les pleurs, celui-ci survécut.  
Dis, tu sais compter, à quel âge il mourut. »

