

A FOUNDING DOCUMENT OF MATHEMATICS

EMERGENCE THE EUCLID'S ELEMENTS

GEOMETRY

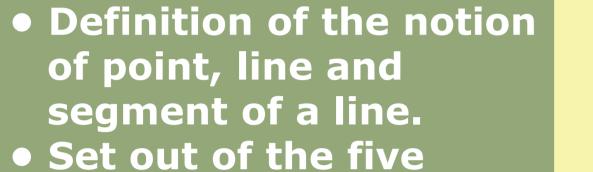
Architecture and some contents of the 13 volumes

Example : To set out and prove the propositions of Book IV, one must know those of books II and III

Research book or teaching work item ?

<u>The Elements (stoicheia)</u> consist of thirteen books (two other books are also attributed to Euclid) presenting basic knowledge in the sense that they are the core for numerous demonstrations.

Starting with definitions, axioms and five postulates, Euclid sets out propositions covering all areas of mathematics known at the time. He then chains proofs together, strictly following the logic principles founded by Aristotle.



BOOK I

- postulates and axioms.
- A proof of the famous Pythagoras' Theorem Prop. I-47 and I-48).

Geometrical proofs of special identities. Numbers are associated with measures (lengths, areas, volumes). Thus the area of a rectangle with sides a and b represents the product ab.

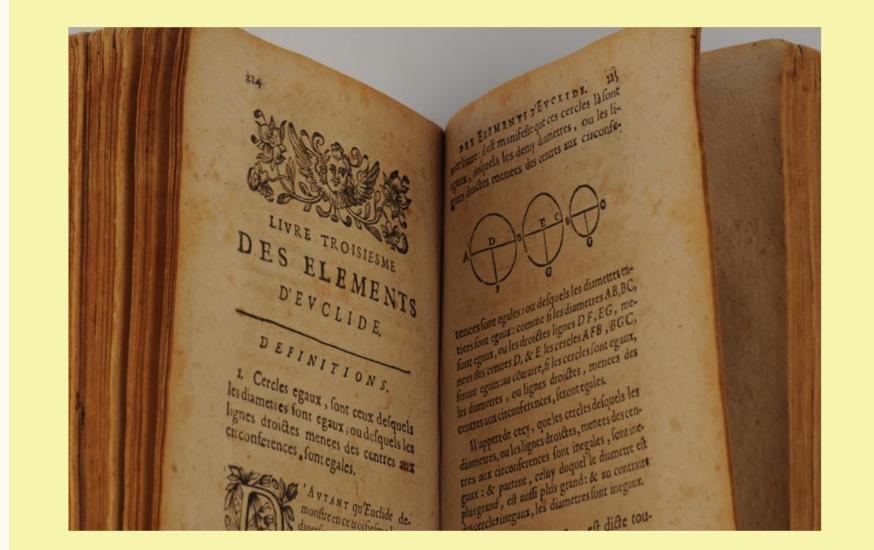
BOOK II

BOOK III

Circle geometry study

Study of polygons (their constructions with ruler and compass, their inclusion into a circle).

BOOK IV







Text and proof de la prop. I-47. Codex Vaticanus

24 ELEMENTS D'EVCLIDE, Comme si la droite ligne E F, tombant sur les droites lignes A B & C D, les coppant aux poincts G & H, fait les deux angles interieurs B G H & D H G, pris ensemble, moindres que deux droits, les droites lignes A B & C D se joindrot du costé des deux poincts B & D. car si nous mettons B G perpendiculaire à E F,

ABGBGBGBGBGBGBDCDCFCFDDHGCDHGCDHGCDHCCFDDHGCDHFCDHFCDHFCCCFCCC

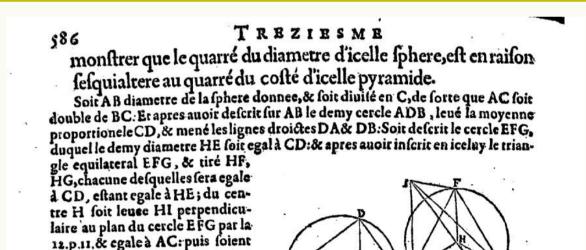
fion de la dixieme definition, & partant moindre qu'vn droit, car s'il estoit egal, ils seroyent tous deux droits, pat la melme definition Mais nous posons icy le contraire. Donques, à cause du panchement ou inclination, c D prolongee en fin se joindra à AB: & ce d'autant que les deux angles BGH & DHG, sont moindres que deux droits.

Mais ceste petition se pouvoit mettre entre les definitions : car elle expose que c'est que ligne non parallele, comme la dixieme definition definit les paralleles Elle estoit couchee en termes de Theoreme, nous l'auons reduite en petition.

Translation of the fifth postulate by Peletier du Mans, 1578

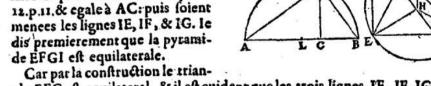
BOOK V

Theory of proportion applied to commensurable and incommensurable measures.



BOOK VI

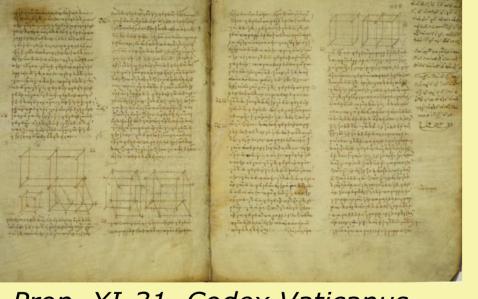
Application of the theory of proportions of Book V to measures in 2D geometry. There is Thales' famous theorem (Prop.VI 2)



de ÉFGI eft equilaterale. Car par la conftruction le triangle EFG eft equilateral, & il eft euident que les trois lignes IE, IF, IG, font auffi ogales entr'elles: (puis que par la 47. prop. 1. le quarré d'wne chacune d'icelle eft egal au quarré de la perpendiculaire IH, & au quarré de l'vne destrois lignes HE, HF, HG, leſquelles font egales.) Et d'autant que les coftez AC, DC du triangle ADC font egaux aux coftez HI, HE du triangle IHE; & les angles qu'ils comprennent egaux, eftans droids : la bafe AD feta egale à la bafe El par la 4. prop. 1. En la mefme maniere fera demonfté AD eftre egale à FI, GI. Et veu que le quarré de AC eft double du quarré de CD, (car ils font l'vn à l'autre comme AC à CB par le corol.de la 20. prop. 6. eftans les trois lignes AC, CD, CB continuellement proportioneles) le quarré de AD, qui eft egal à tousles deux, fera ettple du quarré de GD, ou de fon egale HE: Mais par la prec.prop.le quarré de EF eftanffi triple du quarré de HE: donc EF & AD font egales: & par la. com.fent. EF & El feront egales. Parquoy puis que AD eft auffi egal à FI, GI, les quatre triangles EFG, EFI; FGI, GEI feront equilateraux, & egauxentr'eux: Et par confequent la pyramide EFGI, dót la bafe eft le triangle EFG, & le fommet I, eft equilaterale. Ie dis en fecond lieu qu'icelle pyramide peut eftre infetite en la fohere, dont le diametre eft AB. Soit continuee la ligne perpendiculaire IH par deffous la bafe de la pyramide iufques en K : tellement que HK foit egale à CB, & la tout IK à la toute AB, & foit imaginé eftre polé le demy cercle ADB à l'entour de la pyramide; fquoir le poind A au poind I, le poind B au poind K : & puis que AC & CB font egales à IH & HK ; & HG egale à DC, faifant angle droid: auec IH, auffi bien que leursegales AC & CD, ji lefteuident que le poind: D du demy cercle tombera fur le poind G : Partant le diametre AB demeurant immobile , file demy cercle fait vue revolution, il touchera les dux autres angles de la pyramide E & F, (eftane les lignes HE, HF, HG egales) & par anifi

Prop XIII-13, trans. D. Henrion, Paris 1632, Source Gallica.bnf.fr

STEREOMETRY



BOOK XI

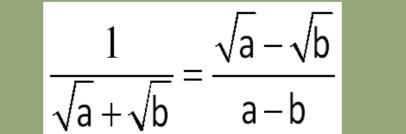
Study of basic solid properties.

Prop. XI-31, Codex Vaticanus



BOOK X

Commensurability and incommensurability problems. Demonstration of geometric relationships such as:



ARITHMETIC

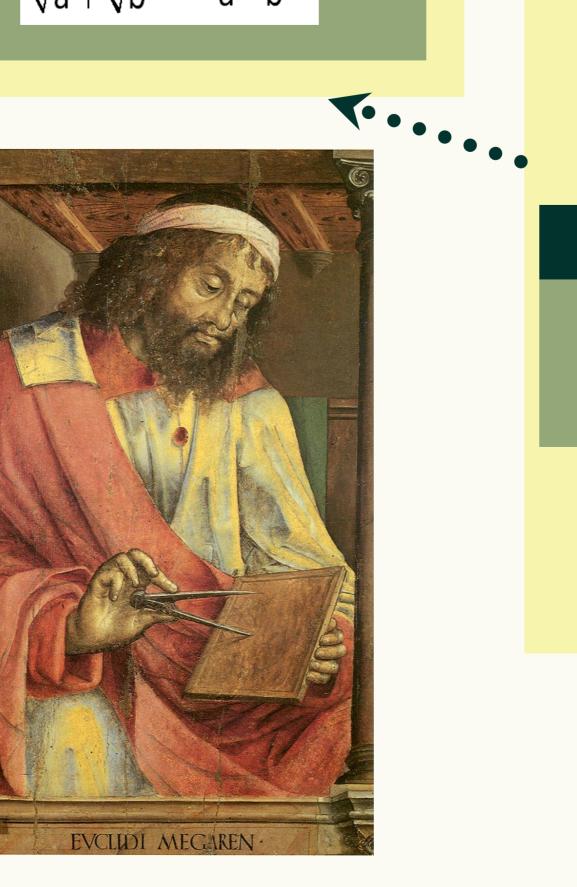
BOOK VII

A GCD calculation algorithm and its use to demonstrate that two integers are coprime.

BOOK XII

Results on measures on circles, spheres, cones and pyramids Study and construction of Plato's five regular polyhedrals

> *Portrait of Euclid* Juste de Gand (15th)



BOOK VIII Study of geometric progressions. BOOK IX

Proof (by contradiction) of the existence of infinitely many prime numbers. Draft of the proof that any integer can be written as a product of prime factors.

IREM Aix-Marseille http://www.irem.univ-mrs.fr/expo2013

••••