



LES TROIS GRANDS PROBLEMES DE GEOMETRIE ELEMENTAIRE NON RESOLUBLES AVEC LA REGLE ET LE COMPAS SEULS.

La quadrature du cercle, la duplication du cube et la trisection d'un angle.

La quadrature du cercle revient (entre guillemets) à "calculer" π , la duplication du cube revient à "calculer" $\sqrt[3]{2}$ et la trisection d'un angle à généraliser la notion de bissectrice.

Les géomètres grecs recherchent des constructions géométriques par intersections de droites et de cercles qu'on appelle des constructions à la règle et au compas. Ils refusaient le recours à d'autres outils comme la construction de courbes moins simples que le cercle, ou l'utilisation d'autres instruments que le compas.

Pourquoi se limitaient-ils à la règle et le compas ? selon Proclus « *Le cercle est la première, la plus simple et la plus parfaite des figures [...].* »

On retrouve cette importance donnée aux cercles et aux droites dans les *Eléments d'Euclide*. En effet, ses deux premiers axiomes énoncent la possibilité de *tracer une ligne droite* d'un point à un autre, et celle de *tracer un cercle* de centre et de rayon donnés. D'autre part, ses propositions ne portent que sur des figures construites à la règle et au compas.

Les trois grands problèmes de l'antiquité ont passionné des générations de mathématiciens depuis les géomètres grecs : René Descartes, Karl-Friedrich Gauss, François Viète, et bien d'autres ... jusqu'à ce que en 1887 Pierre-Laurent Wantzel démontre un théorème plus général d'où l'on déduit que ces trois problèmes n'ont pas de solutions. Malgré ce résultat, de nos jours encore, certains mathématiciens farfelus pensent avoir la solution à l'un de ces problèmes.

Comme les géomètres grecs n'arrivaient pas à trouver la solution à ces problèmes, ils ont essayé de relâcher plus ou moins les contraintes. Par exemple, Archimède propose d'utiliser une règle avec deux graduations et un compas. D'autres ont proposé d'utiliser des intersections de courbes (des coniques par exemple). Vous retrouverez dans le PESP la description mathématique des courbes signalées sur le panneau et les démonstrations des solutions proposées.

Bonne visite.